



APLICACION DE MODELOS MATEMATICOS DE SILENCIADORES PASIVOS DE GUIAS DE ONDA PARA EL ANALISIS DE TRANSDUCTORES PIEZOELECTRICOS DE RADIACION LATERAL.

A. Soto Nicolás, R. Starobinski

Laboratoire d'Acoustique (C.N.R.S.). I.A.M.. Av. Olivier Mesiaen. 72085 Le Mans. Francia.

ABSTRACT

A mathematical method for modeling piezoelectric laterally radiating loudspeakers was developed recently [1]. The loudspeaker, consisting of several concentric cylindrical membranes separated by rigid cylinders, can provide a high volume of sound flow and a high level of pressure. The model considered the loudspeaker as a system of two guides coupled by a vibrating membrane. The membrane was considered as a simple mass coupled to the air trapped between concentric cylinders. The mathematical model presented here is a generalisation of this, in way to take into account boundary conditions of the membrane. Thus, a complete modelisation of this system is given for a complete analysis of diferent parameters.

INTRODUCCION

Cuando se desarroyó el modelo matemático para el diseño de altavoces piezoeléctricos de radiacion lateral [1], la membrana se consideraba como una masa vibrante acoplada a al aire atrapado entre los cilindros concentricos que lo forman. El resultado obtenido se demostró suficiente para los transductores construidos experimentalmente lo que simplifica enormemente el calculo de la solucion. No obstante, el modelo no es suficiente cuando las condiciones frontera existentes en las extremidades de la membrana son importantes. Esto puede ocurrir cuando sea necesario aplicar una tension mecánica fuerte en sus extremidades o cuando esta tension mecánica se ponga de manifiesto a través de una fuerte oscilación (vibracion) debido, por ejemplo, a una tension eléctrica grande aplicada para su excitacion.

En esta comunicacion presentaremos la modelizacion de estos altavoces teniendo en cuenta este fenómeno. La solucion presentada aquí es para el caso de altavoces a una membrana, siendo su generalizacion inmediata al caso de transductores de un número de membranas superior. La solucion es calculada como una superposicion de tres ondas: una onda plana propagativa, una onda transversal debida al acoplo membrana-aire y una tercera onda adicional que se pone de manifiesto cuando las tension mecánica es importante.

Recordaremos primeramente la estructura general de estos transductores. Después presentaremos el modelo matemático y al final analizaremos brevemente la influencia de esta tension mecánica y estas condiciones frontera en la curva de respuesta.

DESCRIPCION DEL TRANSDUCTOR

La figura 1 muestra la estructura general de un transductor piezoeléctrico de radiación lateral. La membrana está situada entre dos cilindros rígidos. Entre el espacio membrana-cilindro rígido hay una lámina de aire.

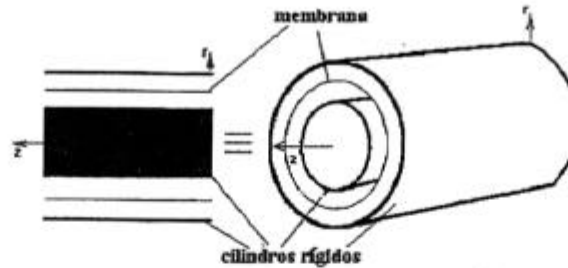


Figura 1 Transductor piezoeléctrico de radiación lateral.

La membrana está hecha de P.V.D.F. (Polyvinylidene). Se trata de un material piezoeléctrico monoorientado de unos micrómetros de espesor con el que, enroscándolo, hemos formado un cilindro. Cuando un potencial eléctrico V_r le es aplicado la membrana vibra y se produce una radiación lateral, según la dirección z .

MODELO MATEMÁTICO

Las ecuaciones.

Dada la geometría del transductor, puede considerarse que la presión acústica no se desvía mucho de su valor medio calculado sobre la sección transversal de cada lámina de aire y puede sustituirse en las ecuaciones por este valor. Además, pueden considerarse únicamente dos velocidades; una transversal, correspondiente a la velocidad de la membrana y otra lateral (solo posee componente z) correspondiente a la velocidad de las partículas en las láminas de fluido. Enfin, todas las variables pueden sustituirse por su valor medio calculado sobre la sección transversal de la lámina de aire correspondiente.

Las ecuaciones que describen el comportamiento del transductor son las siguientes:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) p^+(z) = 0$$

$$T \frac{\partial^4}{\partial z^4} p^-(z) + (K_\pi^2 + Tk^2) \frac{\partial^2}{\partial z^2} p^-(z) + (K_\pi^2 k^2 - H) p^-(z) = HP_u$$

$$p^+(z) = \frac{F_1 \bar{p}_1(z) + F_2 \bar{p}_2(z)}{F_1 + F_2}$$

$$p^-(z) = \bar{p}_1(z) - \bar{p}_2(z)$$

donde los términos P_u , K_π y H pueden expresarse:

$$P_u = \frac{2d_{13}V_r}{s_{11}D_m}$$

$$H = \rho_0 \omega^2 \pi D_m \frac{F_1 + F_2}{F_1 F_2}$$

$$K_\pi^2 = \mu_s \omega^2 \tau$$

$$k = \frac{\omega}{c}$$

$\bar{p}_i(z)$ es la presión acústica. d_{13} es el coeficiente piezoeléctrico del material P.V.D.F.. V_f el potencial aplicado. s_{11} el coeficiente de elasticidad del P.V.D.F.. F_i es la superficie correspondiente a la sección transversal de las láminas de aire. μ_s la masa por unidad de superficie de las membranas. ρ_0 es la masa por unidad de volumen del aire. ω es la pulsación, c la velocidad del sonido y T la tensión lateral sobre la membrana debido a las condiciones frontera (Figura 2).

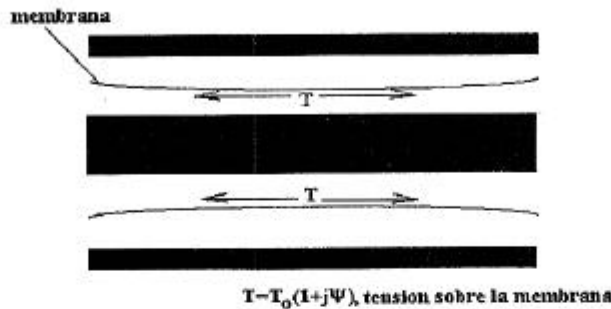


Figura 2 La tensión lateral sobre la membrana

Solucion.

Haciendo la aproximación de que la tensión en las extremidades de la membrana es pequeña el transductor puede descomponerse en dos subsistemas; el primero está caracterizado por una onda llamada onda plana [2], la cual está caracterizada por un número de onda k . El segundo está caracterizado por dos ondas llamadas transversales caracterizadas por los números de onda β_1 y β_2 . La solución se escribe:

$$p^+(z) = A \cos(kz) + B \sin(kz)$$

$$p^-(z) = p_1^- + p_2^- = D \cos(\beta_1 z) + E \sin(\beta_1 z) + G \cos(\beta_2 z) + q \sin(\beta_2 z) + \frac{H}{\beta_1^2 K_\pi^2} P_u$$

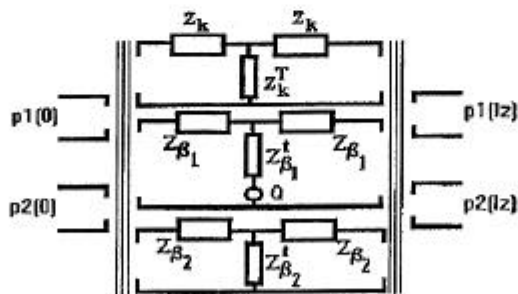


figura 3 El circuito equivalente.

La expresión de los números de onda de las ondas transversales se pueden escribir como sigue:

$$\beta_1 = \sqrt{k^2 - \frac{H}{K_\pi^2}}$$

$$\beta_2 = \sqrt{k^2 + \frac{K_\pi^2}{T}}$$

De esta manera puede escribirse un circuito equivalente general para el altavoz [3] como se indica en la figura 3

ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DE LA TENSION MECÁNICA SOBRE LA MEMBRANA

En la figura 4 se ha trazado la curva de respuesta de un transductor piezoeléctrico de radiación lateral considerando que la tensión mecánica sobre la membrana es despreciable y considerando un valor muy elevado, próximo a la tensión de ruptura del material PVDF. Se observa que, aunque para valores muy elevados de esta tensión hay una influencia sobre la curva de respuesta, esta influencia se sitúa fuera de la banda pasante del altavoz. Por lo tanto haría falta una tensión mucho más elevada para que las condiciones frontera sobre la membrana tuvieran una influencia sobre la radiación de estos transductores.

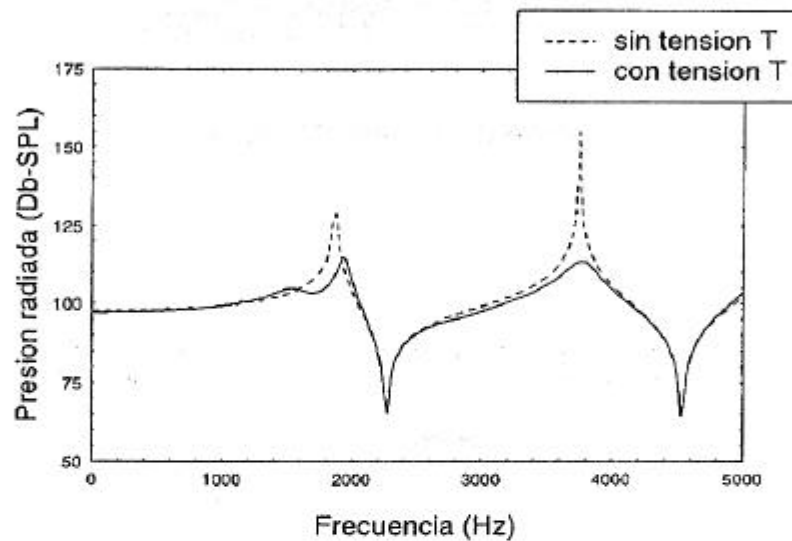


figura 4. La influencia de las condiciones frontera sobre la membrana

CONCLUSION

Considerando que la tensión sobre la membrana es débil, puede calcularse de forma analítica una solución para este tipo de sistemas. Esta solución pone de manifiesto la escasa influencia de las condiciones frontera de la membrana sobre la presión radiada por el altavoz. Así pues, esta consecuencia de las condiciones frontera de la membrana puede y debe ser despreciada en la mayor parte de los casos de manera a obtener una solución lo más simple posible y deberá ser tenida en cuenta solo cuando sea necesario.

REFERENCIAS

- [1] A. Soto Nicolás, R. Starobinski, A.M. Bruneau. Introducción al diseño de altavoces piezoeléctricos de radiación lateral. *Tecnicística 97. Oviedo, 1997.*
- [2] R. Starobinski and J. Kergomard. Optimisation of characteristics of perforate tube mufflers. *Fourth international congress on sound and vibration. St. Petesbourg, Russia. June 1996.*
- [3] A. Soto Nicolas, R. Starobinski. Modelisation of piezoelectric cylindrical loudspeakers of lateral radiation (a publicar).