

TÉCNICA EFICIENTE BASADA EN AJUSTE MODAL PARA LA CARACTERIZACIÓN DE SILENCIADORES DISIPATIVOS CON GRADIENTES TRANSVERSALES DE TEMPERATURA

Referencia PACS: 43.50.Gf, 43.20.Mv, 43.20.Bi

Sánchez-Orgaz, E.M.; Denia, F.D.; Baeza, L.; Fuenmayor, F.J.

Centro de Investigación de Tecnología de Vehículos, Universitat Politècnica de València

Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, España

Tel: +34 963877007 Ext: 76225

Fax: +34 963877659

Email: evsncor@upvnet.upv.es; fdenia@mcm.upv.es; baeza@mcm.upv.es; ffuenmay@mcm.upv.es

ABSTRACT

In this work, a computationally efficient numerical technique for the modeling and analysis of the acoustical behaviour of dissipative silencers with transversal thermal gradients within the absorbent material is presented. This technique is based on the combination of the finite element method (FEM) with the mode matching technique in its numerical version. The silencer is composed of a perforated central duct carrying mean flow, surrounded by an outer chamber containing the dissipative fibre. The eigenvalues related to the cross section and their associated eigenvectors are obtained by means of a 2D FE problem. The axial coupling of the acoustic wave equation solutions is carried out with a low computational effort through the continuity of the acoustic fields (pressure and axial velocity) based on the numerical mode matching technique.

RESUMEN

En este trabajo, se presenta una técnica numérica computacionalmente eficiente para el modelado y análisis del comportamiento acústico de silenciadores disipativos con gradientes de temperatura transversales en el material absorbente. Dicha técnica está basada en la combinación del método de elementos finitos (MEF) con la técnica de ajuste modal en su versión numérica. El silenciador está formado por un conducto perforado central que canaliza el flujo medio, rodeado de una cámara exterior que contiene la fibra fonoabsorbente. Mediante el MEF se obtienen los autovalores y autovectores asociados a la sección transversal (problema 2D). El acoplamiento axial de las soluciones de la ecuación de ondas en los diferentes conductos se lleva a cabo con un bajo coste computacional mediante las ecuaciones de continuidad de los campos acústicos (presión y velocidad axial) en base a la técnica de ajuste modal numérico.

1. INTRODUCCIÓN

Los silenciadores disipativos han sido ampliamente utilizados en el campo de la automoción debido a su gran eficiencia en el rango de medias-altas frecuencias. Una revisión bibliográfica de los artículos publicados en los últimos años muestra el auge de las técnicas multidimensionales [1-7] frente a las unidimensionales, debido a su mayor precisión en el rango de frecuencias de funcionamiento del silenciador. De entre las técnicas multidimensionales cabe destacar el método de los elementos finitos (MEF), ya que presenta un gran versatilidad cuando la geometría del silenciador es compleja [4, 5], cuando se consideran condiciones de funcionamiento más realistas, como la presencia de flujo medio y propiedades heterogéneas del material absorbente [8, 9] así como variaciones de temperatura [10]. No obstante, estas técnicas numéricas presentan la desventaja de ser computacionalmente costosas cuando el número de grados de libertad considerado es elevado. Para evitar este problema en silenciadores con sección transversal arbitraria pero axialmente uniforme, Kirby [4, 6] obtuvo los números de onda asociados a la sección transversal del silenciador y los modos de presión correspondientes utilizando un modelo de EF 2D. Esta solución del problema de autovalores se combinó con el método de colocación puntual [4] y, en un trabajo posterior, con la técnica de ajuste modal [6] para obtener las amplitudes de presión correspondientes a las distintas regiones del silenciador, considerando la condición de continuidad de los campos de presión y velocidad acústica axial en los cambios geométricos. Aunque estos enfoques traen consigo una considerable reducción del coste computacional, se han de tener en cuenta algunas cuestiones numéricas, como las que aparecen en la literatura [4, 11, 12] asociadas al método de colocación puntual, donde las predicciones son muy sensibles a la geometría del silenciador, así como a la malla de puntos de colocación utilizada.

Las variaciones de temperatura en el interior del silenciador pueden alcanzar, en algunas configuraciones, valores de alrededor de 200°C en dirección axial [13] y de más de 100°C en dirección radial [14]. La distribución de temperatura puede afectar considerablemente al comportamiento acústico del silenciador. Varios autores han estudiado como influyen dichos gradientes en la atenuación acústica del silenciador. Kim *et al.* [15] aplicaron un enfoque analítico multidimensional a algunas configuraciones de tipo reactivo considerando variación axial de temperatura y flujo medio. En este trabajo, para modelar al efecto acústico de la temperatura, se dividió el silenciador en segmentos de temperatura uniforme, obteniendo los campos acústicos en cada segmento mediante las correspondientes condiciones de continuidad. Wang *et al.* [16] combinaron un procedimiento de segmentación con el método de los elementos de contorno (MEC) considerando flujo uniforme y gradientes de temperatura axiales lineales. Denia *et al.* [10] consideraron tanto gradientes axiales como radiales en una configuración de tipo disipativo en presencia de flujo medio. Como se demostró en este trabajo, el impacto de los gradientes axiales en el comportamiento acústico de los silenciadores disipativos no es tan relevante como el de los radiales; este es el motivo por el cual en la presente investigación únicamente se consideran gradientes radiales mientras que axialmente se asume una temperatura uniforme, tanto en el conducto central como en la cámara disipativa, siendo su valor el promedio de las temperaturas en las secciones de entrada y salida. Debido a que los gradientes térmicos transversales presentan una gran influencia en la atenuación acústica del silenciador [10], en este trabajo se han tenido en cuenta siguiendo un enfoque que permite la consideración de propiedades variables en la sección transversal del silenciador. Ya que los gradientes térmicos afectan a las propiedades acústicas del medio de propagación [10, 17-19], y consecuentemente a la impedancia acústica de la superficie perforada [20-23], las técnicas utilizadas para caracterizar silenciadores disipativos en general han sido numéricas, debido a la complejidad de los cálculos requeridos. Este hecho supone un elevado coste computacional, y con el fin de evitar esta desventaja, en este trabajo se presenta una extensión del enfoque propuesto por Kirby [6] aplicado a silenciadores con propiedades variables en la sección transversal. Se combina un problema acústico en 2D modelado con el MEF con la técnica de ajuste modal,

permitiendo la caracterización acústica de silenciadores con sección transversal arbitraria, e incluyendo tanto gradientes térmicos transversales como flujo medio. Este método ha resultado ser una herramienta de modelado computacionalmente eficiente.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA ACÚSTICO Y ENFOQUE MATEMÁTICO

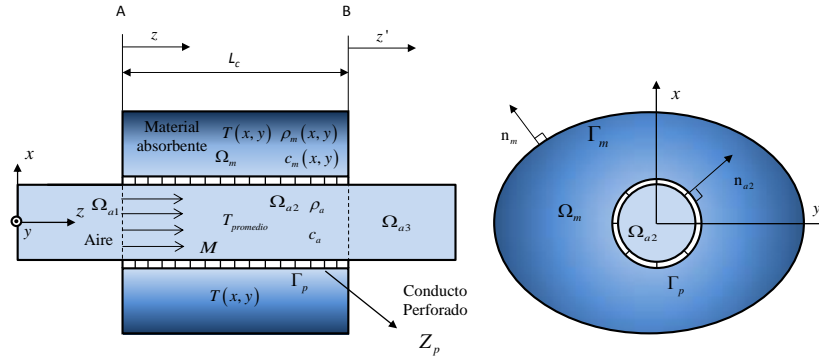


Figura 1 – Geometría del silenciador.

La geometría de la configuración bajo estudio (con sección transversal arbitraria pero uniforme axialmente) se muestra en la Figura 1. El silenciador está formado por un conducto central que canaliza el flujo medio, rodeado de una cámara exterior (de longitud L_c) que contiene material absorbente. En la cámara la temperatura presenta variaciones transversales, mientras que se asume que es axialmente uniforme, con un valor constante calculado como el promedio entre las temperaturas en las secciones de entrada y salida. El material absorbente y la región de aire se denotan como Ω_m y Ω_a , respectivamente, mientras que las superficies de contorno son Γ_m y Γ_a . En el interior de la superficie perforada Γ_p el medio de propagación es aire, siendo sus propiedades más relevantes la densidad ρ_0 y la velocidad del sonido c_0 . En Ω_m las propiedades del material absorbente se denotan como $\rho_m(x, y)$ y $c_m(x, y)$, ambas complejas y dependientes tanto de la frecuencia como de las coordenadas en la sección transversal. Los tubos de entrada y salida son iguales y presentan una sección transversal uniforme (denotados como 1 y 3 respectivamente).

En primer lugar, se requiere el cálculo de los autovalores (números de onda) y los autovectores (modos de presión) correspondientes a cada sección (conductos de entrada/salida y cámara) [4, 6]. Ya que la evaluación de los autovalores y autovectores asociados a los conductos de entrada/salida es directa [1], únicamente se presenta el problema de autovalores asociado a la cámara. Posteriormente, se combinan las condiciones de continuidad de presión y velocidad acústica axial con un ajuste modal numérico para obtener la solución completa del campo acústico en el interior del silenciador y su comportamiento acústico mediante la pérdida de transmisión [6].

2.1. Ecuaciones acústicas

La propagación del sonido en el aire, asumiendo comportamiento armónico, se rige por [1, 4]

$$\frac{\partial^2 p_{a2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_{a2}}{\partial y^2} + (1 - M^2) \frac{\partial^2 p_{a2}}{\partial z^2} - 2jMk_0 \frac{\partial p_{a2}}{\partial z} + k_0^2 p_{a2} = 0 \quad (1)$$

siendo p_{a2} la amplitud compleja de la presión acústica y $k_0 = \omega / c_0$ el número de onda (donde ω es la frecuencia angular). La ecuación en el material absorbente se puede escribir como [9]

$$\nabla \left(\frac{1}{\rho_m} \nabla p_m \right) + \frac{1}{\rho_m} k_m^2 p_m = 0 \quad (2)$$

siendo p_m la amplitud de presión acústica y $k_m = \omega / c_m$ el número de onda asociado al material absorbente.

La sección transversal es uniforme y, por tanto, aplicando el método de separación de variables se obtiene

$$p_{a2}(x, y, z) = \Psi^{xy}(x, y)e^{-jk_z z}$$

$$\Psi^{xy}(x, y) = \begin{cases} \Psi_{a2}^{xy}(x, y), & (x, y) \in \Omega_a \\ \Psi_m^{xy}(x, y), & (x, y) \in \Omega_m \end{cases} \quad (3)$$

donde Ψ^{xy} es el modo de presión transversal y k_z es el número de onda axial. Ahora, la combinación de las ecuaciones (3) con (1) y (2) proporciona

$$\nabla^2 \Psi_a^{xy} + (k_0^2 - 2Mk_0k_z - (1 - M^2)k_z^2) \Psi_a^{xy} = 0$$

$$\nabla \left(\frac{1}{\rho_m} \nabla \Psi_m^{xy} \right) + \frac{1}{\rho_m} (k_m^2 - k_z^2) \Psi_m^{xy} = 0 \quad (4)$$

donde el subíndice 2 en el aire se ha omitido por simplicidad de las ecuaciones.

2.2. Enfoque según el MEF y problema de autovalores

En la sección transversal del silenciador, la presión acústica se puede aproximar mediante funciones de prueba como sigue [24]

$$\Psi_a^{xy}(x, y) = \sum_{i=1}^{N_a} N_{a_i}^{xy}(x, y) \Psi_{a_i} = \mathbf{N}_a^T \Psi_a, \quad (x, y) \in \Omega_a$$

$$\Psi_m^{xy}(x, y) = \sum_{i=1}^{N_m} N_{m_i}^{xy}(x, y) \Psi_{m_i} = \mathbf{N}_m^T \Psi_m, \quad (x, y) \in \Omega_m \quad (5)$$

donde los subíndices a y m corresponden a las regiones de aire y material absorbente, respectivamente. En general, $N(x, y)$ es una función de forma global, \mathbf{N}_a y \mathbf{N}_m contienen las funciones de forma nodales de los subdominios correspondientes en forma vectorial mientras que N_a y N_m representan el número de nodos correspondientes a cada subdominio. A continuación, se aplica el método de los residuos ponderados a las ecuaciones (4) y (5) en combinación con el teorema de Green y el enfoque de Galerkin [24]. Además, se considera que la pared de la cámara exterior es rígida (la velocidad acústica normal es cero), así como la impedancia del perforado Z_p y la condición de continuidad de la velocidad normal en esta superficie. Las ecuaciones de EF son

$$\int_{\Omega_a} \nabla^T \mathbf{N}_a \nabla \mathbf{N}_a d\Omega \{ \Psi_a \} + \int_{\Omega_a} \left(-k_0^2 + 2Mk_0k_z + (1 - M^2)k_z^2 \right) \mathbf{N}_a^T \mathbf{N}_a d\Omega \{ \Psi_a \} =$$

$$\int_{\Gamma_p} \left(\frac{-j\omega\rho_0 + jMc_0\rho_0k_z}{Z_p} \right) \mathbf{N}_a^T \mathbf{N}_a d\Gamma \{ \Psi_a \} + \int_{\Gamma_p} \left(\frac{j\omega\rho_0 - jMc_0\rho_0k_z}{Z_p} \right) \mathbf{N}_a^T \mathbf{N}_m d\Gamma \{ \Psi_m \} \quad (6)$$

$$\int_{\Omega_m} \frac{1}{\rho_m} \nabla^T \mathbf{N}_m \nabla \mathbf{N}_m d\Omega \{ \Psi_m \} + \int_{\Omega_m} \frac{1}{\rho_m} (k_z^2 - k_m^2) \mathbf{N}_m^T \mathbf{N}_m d\Omega \{ \Psi_m \} =$$

$$\int_{\Gamma_p} \frac{j\omega}{Z_p} \mathbf{N}_m^T \mathbf{N}_a d\Gamma \{ \Psi_a \} - \int_{\Gamma_p} \frac{j\omega}{Z_p} \mathbf{N}_m^T \mathbf{N}_m d\Gamma \{ \Psi_m \} \quad (7)$$

Estas ecuaciones permiten el cálculo de los números de onda y los modos de presión mediante la resolución del problema de autovalores [4], cuya ecuación se puede escribir en forma compacta como

$$[[\mathbf{A}] + [\mathbf{B}]k_z + [\mathbf{C}]k_z^2]\{\Psi\} = \{0\} \quad (8)$$

donde

$$\begin{aligned} [\mathbf{A}]\{\Psi\} = & \left[\int_{\Omega_a} \nabla^T \mathbf{N}_a \nabla \mathbf{N}_a d\Omega + \int_{\Omega_a} -k_0^2 \mathbf{N}_a^T \mathbf{N}_a d\Omega \right] \{\Psi_a\} + \int_{\Gamma_p} \frac{j\omega\rho_0}{Z_p} \mathbf{N}_a^T \mathbf{N}_a d\Gamma \{\Psi_a\} \\ & - \int_{\Gamma_p} \frac{j\omega\rho_0}{Z_p} \mathbf{N}_a^T \mathbf{N}_m d\Gamma \{\Psi_m\} + \left[\int_{\Omega_m} \frac{1}{\rho_m} \nabla^T \mathbf{N}_m \nabla \mathbf{N}_m d\Omega + \int_{\Omega_m} \frac{-k_m^2}{\rho_m} \mathbf{N}_m^T \mathbf{N}_m d\Omega \right] \{\Psi_m\} \\ & - \int_{\Gamma_p} \frac{j\omega}{Z_p} \mathbf{N}_m^T \mathbf{N}_a d\Gamma \{\Psi_a\} + \frac{j\omega}{Z_p} \mathbf{N}_m^T \mathbf{N}_m d\Gamma \{\Psi_m\} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} [\mathbf{B}]\{\Psi\} = & \int_{\Omega_a} 2Mk_0 \mathbf{N}_a^T \mathbf{N}_a d\Omega \{\Psi_a\} - \int_{\Gamma_p} \frac{jMc_0\rho_0}{Z_p} \mathbf{N}_a^T \mathbf{N}_a d\Omega \{\Psi_a\} \\ & + \int_{\Gamma_p} \frac{jMc_0\rho_0}{Z_p} \mathbf{N}_a^T \mathbf{N}_m d\Omega \{\Psi_m\} \end{aligned} \quad (10)$$

$$[\mathbf{C}]\{\Psi\} = \int_{\Omega_a} (1 - M^2) \mathbf{N}_a^T \mathbf{N}_a d\Omega \{\Psi_a\} + \int_{\Omega_m} \frac{1}{\rho_m} \mathbf{N}_m^T \mathbf{N}_m d\Omega \{\Psi_m\} \quad (11)$$

2.3. Continuidad de los campos acústicos

El ajuste modal numérico [6] se aplica ahora forzando dos condiciones de continuidad en las secciones de entrada/salida en los planos A and B (véase Figura 1). La primera condición viene dada por la continuidad de presión, siendo la función de ponderación escogida el autovector asociado a la onda incidente en la sección de entrada. La segunda condición es una relación cinemática que considera la continuidad de la velocidad acústica axial, donde se ha escogido como función de ponderación el autovector asociado a la onda incidente en la cámara. Las integrales ponderadas se evalúan numéricamente tras truncar el número de amplitudes modales incógnita en n . Entonces se resuelven las ecuaciones simultáneamente para hallar las amplitudes modales incógnita, considerando que la amplitud de la onda incidente en la entrada vale (por ejemplo) la unidad y que la terminación del silenciador es anecoica. Finalmente, considerando condiciones de onda plana en los conductos de entrada/salida, la pérdida de transmisión del silenciador se puede obtener como

$$TL = -20 \log \left| P_{i3}^1 \right| \quad (12)$$

Se proporcionan más detalles en la referencia [6].

3. DISCUSIÓN Y RESULTADOS

La geometría del silenciador bajo estudio consiste en una configuración de tipo disipativo con sección transversal circular, siendo sus dimensiones características las que se detallan a continuación: radio de los conductos de entrada/salida/perforado $R_1 = 0.0268$ m, radio exterior de la cámara $R_c = 0.091875$ m; longitud de los conductos de entrada/salida $L_{i,o} = 0.1$ m, y

longitud de la cámara $L_c = 0.3$ m. El conducto perforado se ha definido mediante las siguientes propiedades: $t = 0.001$ m, espesor; $d_h = 0.0035$ m, diámetro de los orificios and $\sigma = 10$ %, porosidad. La geometría es axisimétrica y por tanto, la malla utilizada en la resolución del problema de autovalores en la sección transversal está compuesta por elementos cuadráticos unidimensionales con un tamaño aproximado de 0.01 m, lo que permite un cálculo preciso de la pérdida de transmisión en el rango de frecuencias de interés. Para modelar el conducto perforado, se ha considerado la fórmula de impedancia de Lee e lh [21], considerando que la superficie perforada está envuelta por material absorbente [6, 20]. El comportamiento del material absorbente (fibra de vidrio E) se ha incluido mediante una caracterización de dos parámetros similar a la de Delany y Bazley [25], adaptada al material concreto utilizado aquí [10]. La impedancia característica $Z_m(r)$ y el número de onda $k_m(r)$ se definen como

$$Z_m(r) = Z_0 \left(1 + 0.095 (\rho_0 f / R(r))^{-0.669} - j 0.169 (\rho_0 f / R(r))^{-0.571} \right) \quad (13)$$

$$k_m(r) = k_0 \left(1 + 0.201 (\rho_0 f / R(r))^{-0.583} - j 0.220 (\rho_0 f / R(r))^{-0.585} \right) \quad (14)$$

donde f es la frecuencia, Z_0 es la impedancia característica del aire (definida como $Z_0 = \rho_0 c_0$) y $R(r)$ es la resistividad del material absorbente que se puede calcular en cada punto de integración de la malla de EF mediante la fórmula de Christie [17]:

$$R(T(r)) = R(T_{ref}) \left(\frac{T(r) + 273.15}{T_{ref} + 273.15} \right)^{0.6} \quad (15)$$

donde T_{ref} es la temperatura de referencia a la cual la resistividad es conocida. En el presente estudio, se ha considerado fibra E, cuya resistividad de referencia es $R_{ref} = 30716$ rayl/m para $T_{ref} = 25$ °C. La Tabla 1 muestra los valores de temperatura considerados para la obtención de los coeficientes que definen los distintos campos de temperatura, definidos en este trabajo mediante una función polinómica cuadrática $T(r) = T_0 + T_1 r + T_2 r^2$. Esta definición se ajusta satisfactoriamente a la función logarítmica que caracteriza la transmisión de calor en un conducto cilíndrico [26].

3.1. Validación de método

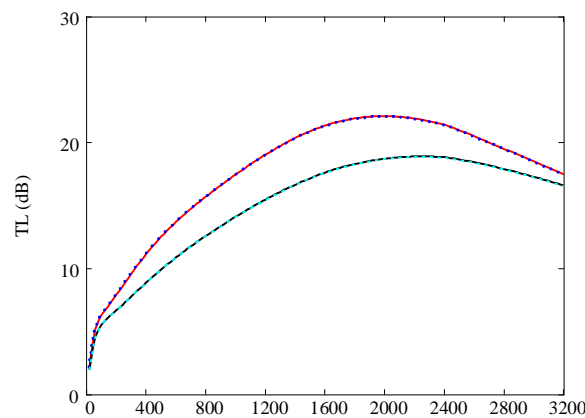


Figura 2 - TL del silenciador disipativo con $M = 0.1$: —, Caso A1, Formulación 3D EF; ···, ídem, ajuste modal; —, Caso A2, Formulación 3D EF; ···, ídem, ajuste modal.

La Figura 2 muestra la comparación de los resultados obtenidos con el presente método y los resultados calculados utilizando una formulación completa 3D de EF. En ambos casos, se ha considerado un número de Mach de $M = 0.1$. Para el modelo completo de elementos finitos multidimensional, el campo de temperatura se ha definido como $T(r, z) = T_0 + T_1 z + T_2 r + T_3 z r + T_4 z r^2 + T_5 r^2$, lo que permite tanto variaciones axiales como radiales de temperatura. Por lo tanto, se requiere un mayor número de puntos para su definición (detallados en la Tabla 1). Como se puede observar, los resultados obtenidos con ambos métodos presentan una excelente concordancia, con curvas de atenuación superpuestas. Se obtiene menor atenuación cuando el salto de temperaturas es mayor en el interior del silenciador [10]. Esto puede ser debido a la elevada resistividad de la fibra E, que se incrementa con la temperatura media de la cámara.

Tabla 1 - Distribuciones de temperatura.

Caso	Temperatura entrada (°C)	Temperatura salida (°C)	Temperatura radio interno R_1 (°C)	Temperatura radio medio (°C)	Temperatura radio externo R_c (°C)
	T_i	T_o	T_{int} (Entrada / Salida)	T_{med} (Entrada / Salida)	T_{ext} (Entrada / Salida)
A1	250	250	250 / 250	185.48 / 185.48	150 / 150
A2	400	400	400 / 400	270.96 / 270.96	200 / 200
B1	300	200	300 / 200	235.48 / 135.48	200 / 100
B2	500	300	500 / 300	370.96 / 170.96	300 / 100

3.2. Efecto de la variación radial de la temperatura

En esta sección, se presenta una comparación entre los resultados obtenidos con una formulación completa 3D de EF con los obtenidos mediante el ajuste modal numérico para un número de Mach de $M = 0.1$. Se han obtenido resultados de atenuación, por un lado, para distribuciones de temperatura que consideran tanto variación axial como radial de temperatura en el silenciador (casos B1 y B2 de la Tabla 1), mediante la formulación 3D de EF propuesta por Denia *et al.* [10]. Por otra parte, se ha obtenido una distribución aproximada de temperaturas promediando el gradiente axial de temperaturas y manteniendo el gradiente radial. Esta aproximación está basada en el hecho de que la influencia de la variación axial en el comportamiento acústico del silenciador es menor que la del efecto radial [10]. La temperatura en el interior del conducto se ha obtenido promediando las temperaturas en las secciones de entrada/salida. En la cámara se ha considerado que únicamente existe variación térmica radial. El decremento de la temperatura radial en la cámara es igual al considerado en la distribución de temperatura de la formulación completa 3D de EF.

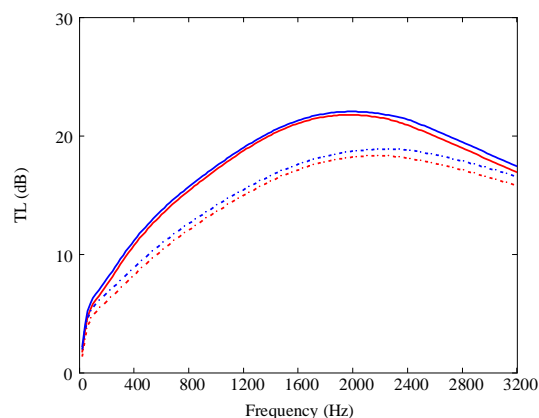


Figure 3 - TL del silenciador disipativo $M = 0.1$: —, Caso A1, ajuste modal; —, Caso B1, Formulación 3D EF; - - -, Caso A2, ajuste modal; - - -, Caso B2, Formulación 3D EF.

Como se puede observar en la Figura 3, la atenuación calculada mediante la distribución de temperatura simplificada es bastante similar a la obtenida utilizando el modelo de formulación

completa 3D de EF, aunque el TL se sobrestima ligeramente. Esta sobrestimación es ligeramente mayor a medida que el gradiente axial de temperatura aumenta. El valor máximo de la diferencia entre el TL se da entre los casos A2 y B2, al comparar el método presentado en este trabajo con la formulación de EF completa, y es de aproximadamente un 5%. Las ventajas computacionales del ajuste modal numérico en comparación con el enfoque completo 3D de EF son, sin embargo, bastante evidentes [6], y probablemente compensan la sobrestimación previa en el cálculo del TL en algunas aplicaciones prácticas. En los ejemplos anteriores el tiempo de cálculo requerido por la formulación de EF ha sido de aproximadamente 108.5 s frente a los 3.5 s requeridos por el método de ajuste modal numérico.

4. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado una técnica numérica computacionalmente eficiente basada en el método de ajuste modal para estudiar el comportamiento acústico de silenciadores disipativos perforados de sección transversal arbitraria con gradientes de temperatura en el material absorbente. Se ha considerado la existencia de flujo medio en el conducto central separado de la región disipativa mediante una superficie perforada. La principal ventaja del enfoque propuesto es que reduce considerablemente el tiempo de cálculo en comparación a una formulación completa 3D de EF. La técnica combina soluciones axiales y transversales de la ecuación de ondas en las diferentes regiones del silenciador. Los modos de presión transversales y sus correspondiente números de onda se han obtenido mediante un análisis de EF 2D del problema de autovalores de la sección transversal, considerando gradiente transversal de temperatura y una versión adaptada de la ecuación de ondas, ya que la variación de temperatura conduce a propiedades no homogéneas del material absorbente. En los casos numéricos bajo estudio, los gradientes de temperatura transversales tienen más influencia en el comportamiento acústico del silenciador que los axiales. Así pues, se ha considerado una distribución axial de temperatura uniforme, cuyo valor es el promedio de las temperaturas en las secciones de entrada/salida, mientras que se ha considerado el gradiente transversal en la formulación. Para mantener la eficiencia numérica del enfoque, se ha aplicado la misma consideración axial en el flujo medio. Entonces, a partir de la continuidad de la presión acústica y de la velocidad acústica axial en las discontinuidades geométricas y aplicando el método del ajuste modal, se obtienen las amplitudes de onda modales en la cámara y los conductos de entrada/salida. Este enfoque muestra buena concordancia con los resultados obtenidos por la formulación completa 3D de EF con menor coste computacional. A pesar del hecho de que este método puede sobrestimar ligeramente la atenuación, es mucho más eficiente desde un punto de vista computacional.

5. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer el apoyo recibido del Ministerio de Economía y Competitividad (proyecto TRA2013-45596-C2-1-R), así como de la Conselleria d'Educació, Cultura i Esport (proyecto Prometeo/2012/023).

REFERENCIAS

- [1] M. L. Munjal. *Acoustics of Ducts and Mufflers*, Wiley, (2014). ISBN 978-1-118-44312-5.
- [2] K. S. Peat, K. L. Rathi. A finite element analysis of the convected acoustic wave motion in dissipative silencers, *Journal of Sound and Vibration*, 184, (1995), 529-545.
- [3] W. Wu, *Boundary Element Acoustics*, WIT Press, Southampton, (2000). ISBN 978-1-85312-570-6

- [4] R. Kirby. Transmission loss predictions for dissipative silencers of arbitrary cross section in the presence of mean flow, *Journal of the Acoustical Society of America*, 114, (2003), 200-209.
- [5] R. Barbieri, N. Barbieri. Finite element acoustic simulation based shape optimization of a muffler, *Applied Acoustics*, 67, (2006), 346-357.
- [6] R. Kirby. A comparison between analytic and numerical methods for modelling automotive dissipative silencers with mean flow. *Journal of Sound and Vibration*, **325**, 565-582 (2009).
- [7] F. Piscaglia, A. Montorfano, G. Ferrari, G. Montenegro. High resolution central schemes for multi-dimensional non-linear acoustic simulation of silencers in internal combustion engines, *Mathematical and Computer Modelling*, 54, (2011), 1720-1724.
- [8] K. S. Peat, K. L. Rathi. A finite element analysis of the convected acoustic wave motion in dissipative silencers, *Journal of Sound and Vibration*, 184, (1995), 529-545.
- [9] A. G. Antebas, F. D. Denia, A. M. Pedrosa, F. J. Fuenmayor. A finite element approach for the acoustic modeling of perforated dissipative mufflers with non-homogeneous properties. *Mathematical and Computer Modelling*, 57, 1970-1978 (2013).
- [10] F. D. Denia, E. M. Sánchez-Orgaz, J. Martínez-Casas, F. J. Fuenmayor. FE computation of sound attenuation in dissipative silencers with temperature gradients and non-uniform mean flow, 42nd International Congress and Exposition on Noise Control Engineering (Inter-noise), Innsbruck, Austria, (2013).
- [11] R. Glav. The point-matching method on dissipative silencers of arbitrary cross-section, *Journal of Sound and Vibration*, 189, (1996), 123-135.
- [12] R. Glav. The transfer matrix for a dissipative silencer of arbitrary cross-section. *Journal of Sound and Vibration*, 236, (2000), 575-594.
- [13] L. J. Ericsson. Silencers, in: D. E. Baxa (Ed.), *Noise control in Internal Combustion Engines*, Wiley, (1982), 238-292. ISBN 9780471058700
- [14] X. Hou, X. Guo, Z. Liu, F. Yan, F. Pen. Flow field analysis and improvement of automobile exhaust system cold end, *International Conference on Computational Intelligence and Software Engineering*, Wuhan, China, (2010).
- [15] Y. H. Kim, J. W. Choi, B. D. Lim. Acoustic characteristics of an expansion chamber with constant mass flow and steady temperature gradient (theory and numerical simulation), *Journal of Vibrations and Acoustics*, 112, (1990), 460-467.
- [16] C. N. Wang, Y. N. Chen, J. Y. Tsai, The application of the boundary element evaluation on a silencer in the presence of a linear temperature gradient, *Applied Acoustics*, 62, (2001), 707-716.
- [17] D. R. A. Christie. Measurement of the acoustic properties of sound absorbing material at high temperatures, *Journal of Sound and Vibration*, 46, (1976), 347-355.
- [18] J. F. Allard, N. Atalla, *Propagation of sound in porous media: Modelling of sound absorbing materials*, Wiley, (2009). ISBN 978-0-470-74661-5.
- [19] P. Williams, R. Kirby, C. Malecki, J. Hill. Measurement of the bulk acoustic properties of fibrous materials at high temperatures, *Applied Acoustics*, 77, (2014), 29-36.
- [20] R. Kirby, A. Cummings. The impedance of perforated plates subjected to grazing gas flow and backed by porous media, *Journal of Sound and Vibration*, 217, (1998), 619-636.
- [21] S. H. Lee, J. G. Ih. Empirical model of the acoustic impedance of a circular orifice in grazing mean flow, *Journal of the Acoustical Society of America*, 114, (2003), 98-113.
- [22] F. P. Mechel. *Formulas of acoustics*, Springer, (2009). ISBN 978-3540425489.
- [23] I. J. Lee and A. Selamet. Measurement of acoustic impedance of perforations in contact with absorbing material in the presence of mean flow, *Noise Control Engineering Journal*, 60, (2012), 258-266.
- [24] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, J. Z. Zhu. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, Elsevier Butterworth-Heinemann, (2005). ISBN 978-1856176330.
- [25] M. E. Delany, E. N. Bazley. Acoustical properties of fibrous absorbent materials, *Applied Acoustics*, 3, (1970), 105-116.
- [26] F. P. Incropera, D. P. Dewitt, T. L. Bergman, A. S. Lavine. *Principles of heat and mass transfer*, Wiley, (2013). ISBN 978-0471457282.