



VI Congreso Iberoamericano de Acústica - FIA 2008
Buenos Aires, 5, 6 y 7 de noviembre de 2008

FIA2008-A141

Optimización de forma de recintos poligonales para una correcta distribución modal en bajas frecuencias basado en criterios psicoacústicos

Sergio Floody^(a)
Rodolfo Venegas^(b).

(a) Área de Sonido y Acústica Universidad Tecnológica de Chile INACAP, Brown Norte 290, Santiago, Chile. E-mail: sfloody@utc.cl

(b) University of Salford, Acoustics Research Centre, Newton Building, M5 4WT Salford, UK.. E-mail: r.g.venegascastillo@pgr.salford.ac.uk

Abstract

Resonances in small rooms may lead to inadequate frequency responses. In rooms, where the exigencies on the listening conditions are important, these resonances may cause non wanted coloration effects, which imply a non desirable sound quality. Choosing the correct shape and dimensions it is possible to reduce the audible effects of these resonances. The presented methodology aims to determine the shape and size of small and medium polygonal-shaped rooms based on the finite element method for modeling the physical acoustic behavior of the room; a neural network for loudness estimation and genetic algorithm for estimating the optimal dimensions. A comparison with previous techniques used to choose the dimension of rectangular room is also presented.

Resumen

Las resonancias en recintos pequeños pueden producir una respuesta de frecuencia inadecuada. En recintos, donde las exigencias en las condiciones de escucha son importantes, esas resonancias pueden causar efectos de coloración no deseados. Al escoger la forma correcta y las dimensiones es posible reducir los efectos audibles de dichas resonancias. El objetivo de la metodología a presentar es determinar la forma y el tamaño de un recinto de tamaño pequeño a medio de forma poligonal, usando el método de los elementos finitos, a para modelar el comportamiento físico acústico de la sala; se usarán una red neuronal a fin de estimar la sonoridad y algoritmo genético para determinar las dimensiones óptimas. Finalmente se presentará una comparación con técnicas previas usadas para elegir las dimensiones de un recinto rectangular

1 Introducción

El campo sonoro de un recinto es caracterizado por las propiedades acústicas de la sala y de las características de la fuente. La respuesta tonal y el balance en el timbre dependen de la geometría del recinto y la posición de la fuente y del receptor. La idea principal de este artículo es proponer un criterio de diseño de salas, el cual disminuye los efectos psicoacústicos de las resonancias en bajas frecuencias, basado en la optimización de las dimensiones de la sala considerando los aspectos inherentes a la respuesta auditiva de los seres humanos. El problema principal en bajas frecuencias es la baja densidad modal. La mayoría de las soluciones propuestas han sido desarrolladas para recintos rectangulares, escogiendo las dimensiones, así como posicionando las fuentes y usando resonadores. El objetivo principal de este artículo es presentar una perspectiva diferente en el diseño acústico de salas. El problema será dirigido hacia el campo de la psicoacústica, en contraposición al campo de la acústica arquitectónica y física, como se ha realizado anteriormente.

En este aspecto el método a ser presentado se caracteriza por que la búsqueda de las dimensiones del recinto que produzcan igual sonoridad en las bandas de bajas frecuencias, esto significa que el nivel de presión sonora debe, en la medida de lo posible, coincidir con alguna de las curvas de sonoridad mostradas en la figura 1. Esas curvas representan la respuesta del sistema auditivo humano en función de la presión sonora y de la frecuencia, de tal forma que determinan la sensación de igual amplitud sonora (Zwicker y Fastl; Suzuki y Takeshima).

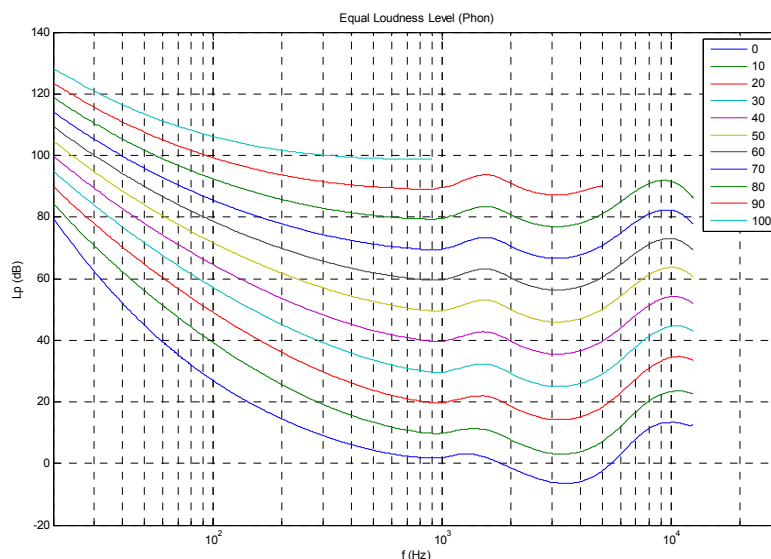


Figura 1. Curvas de igual nivel de sonoridad

2 Teoría

2.1 Trabajos previos

La mayoría de las metodologías para disminuir y evitar las resonancias excesivas en el diseño de salas están basadas en recintos rectangulares, estas principalmente consisten en la adecuada elección de proporciones entre la longitud, el ancho y el alto. Estos métodos tratan de evitar los modos degenerados, donde múltiples frecuencias de resonancia caen dentro de

una estrecha banda de frecuencia. La ecuación (1) determina las frecuencias naturales de un recinto rectangular y es la base para las diversas metodologías que determinan las proporciones de una sala.

$$f_{n_x n_y n_z} = \frac{c}{2} \left[\left(\frac{n_x}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y} \right)^2 + \left(\frac{n_z}{L_z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (1)$$

Donde $f_{n_x n_y n_z}$ son las frecuencias naturales, L_x , L_y , L_z son las dimensiones de la sala, n_x , n_y , n_z los números modales y c la velocidad del sonido.

El método de Bolt (1946) está basado en el cálculo de la distancia promedio entre frecuencias de resonancia y entrega como óptimo la conocida proporción 2:3:5. Louden (1971) desarrolló un conjunto de proporciones más exactas basado en la desviación estándar de los espacios entre los modos, produciendo la razón 1: 1.4: 1.9. Bonello desarrolló un criterio basado en el hecho de que la densidad modal jamás debe decrecer a medida que la frecuencia aumenta. Este y otros métodos (Guilford, Walter) son principalmente solamente aplicables a recintos rectangulares con paredes perfectamente reflectantes (exceptuando a Bonello). La absorción no solamente influye en la amplitud de la presión sonora en los modos, si no que también es responsable por el desplazamiento de las frecuencias de resonancia, por esta razón Cox, D'Antonio y Avis desarrollaron una nueva metodología usando técnicas de optimización para recintos rectangulares, usando el método de imágenes y factores de reflexión aproximados, consiguen aplanar la respuesta de frecuencia de un recinto minimizando la diferencia cuadrática entre la respuesta de frecuencia y la recta de regresión lineal obtenida de ella. De igual forma a través de este método consiguen determinar la posición óptima del auditor y de las fuentes sonoras, finalmente encontraron las proporciones óptimas 1: 2.19: 3 y 1: 1.55: 1.85.

2.2 Descripción del nuevo método

La metodología presentada en este artículo consiste en una expansión del trabajo de Cox, D'Antonio y Avis utilizando optimización de forma a fin de determinar las dimensiones y la forma del recinto de tal manera que tenga la respuesta lo más plana posible. En este trabajo no se considerará la absorción de las superficies del recinto.

La optimización de forma consiste en causar cambios geométricos o estructurales a fin de obtener una respuesta deseada de la estructura que se está diseñando. Ese conjunto de modificaciones debe estar restringido a fin de satisfacer otros requerimientos y de que los cambios sean físicamente realizables. En este caso las características de la sala son modeladas como una función multidimensional llamada función objetivo, función de costo o función de fitness, que depende de las variables de diseño; así mismo se debe establecer una región de búsqueda que caracterice las restricciones. De esa manera se busca minimizar dicha función a fin de que produzca la óptima respuesta conforme a los parámetros de diseño.

2.3 Modelo Matemático de un recinto de planta poligonal arbitraria

El recinto que se desea optimizar tiene planta arbitraria, el piso y techo paralelos y de igual geometría. El recinto es excitado por una fuente puntual de espectro plano. Esto se puede representar usando la siguiente ecuación diferencial parcial y sus respectivas condiciones de contorno. A fin de simplificar el problema se estudiara solamente la solución

estacionaria en el dominio de la frecuencia. La ecuación de onda y la condición de contorno es:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad \nabla p \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (2)$$

Donde p es la presión sonora, c es la velocidad del sonido y \mathbf{n} es el vector normal a la superficie de la sala. Al considerar una solución armónica obtenemos la ecuación de Helmholtz.

$$p(x, y, z, t) = P(x, y, z)e^{j\omega t}, \quad (3)$$

$$\nabla^2 P + k^2 P = 0. \quad (4)$$

Si la sala tiene una planta arbitraria con el piso y el techo de igual geometría y ambos paralelos; usando el método de por separación de variables tenemos las siguientes ecuaciones y condiciones de contorno

$$P(x, y, z) = P_{xy}(x, y)P_z(z) \quad (5)$$

Para la dependencia en z la ecuación y las condiciones de contorno son:

$$\frac{\partial^2 P_z(z)}{\partial z^2} + k_z^2 P_z(z) = 0, \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial P_z(z)}{\partial z} \right)_{z=0} = \left(\frac{\partial P_z(z)}{\partial z} \right)_{z=L_z} = 0. \quad (7)$$

Para la dependencia en (x, y) la ecuación y las condiciones de contorno son:

$$\frac{\partial^2 P_{xy}(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_{xy}(x, y)}{\partial y^2} + k_{xy}^2 P_{xy}(x, y) = 0, \quad (8)$$

$$\nabla P_{xy}(x, y) \cdot \mathbf{n}_{xy} = 0. \quad (9)$$

Se debe cumplir que

$$k^2 = k_{xy}^2 + k_z^2. \quad (10)$$

Donde k es el número de onda, k_{xy} es el número de onda en el plano (x, y) , \mathbf{n}_{xy} es el vector normal a la curva que define la planta del recinto y k_z el número de onda en el eje z .

2.4 Aplicación del Método de Elementos Finitos en la Solución de las Ecuaciones

La ecuación (6) y la condición de contorno (7) tienen una solución ampliamente conocida (Fahy). Mientras que la ecuación (8) y su respectiva condición de contorno (9) pueden ser resueltas usando el Método de los Elementos Finitos (Zienkiewicz y Taylor). Esto nos lleva a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias y a su correspondiente problema de valores propios

$$\mathbf{K}\Phi = \mathbf{M}\Phi\Lambda. \quad (11)$$

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_N]. \quad (12)$$

$$\Lambda = \text{diag}(k_{xy_1}^2, k_{xy_2}^2, k_{xy_3}^2, \dots, k_{xy_N}^2). \quad (13)$$

Donde $k_{xy_i}^2$ es el i -ésimo valor propio (número de onda), Λ la matriz diagonal formada por los valores propios, ϕ_i es el i -ésimo vector propio o modo normal de vibración, Φ la matriz modal formada por los vectores propios, \mathbf{M} la matriz de masa, \mathbf{K} la matriz de rigidez. Entonces las frecuencias naturales pueden calcularse como:

$$\omega_{n_{xy}n_z} = c\sqrt{k_{xy}^2 + k_z^2}. \quad (14)$$

$$k_z = \frac{n_z\pi}{L_z}. \quad (15)$$

Finalmente la presión sonora para cualquier punto $\mathbf{r} = (x, y, z)$ dentro del recinto dada la posición de una fuente ubicada en $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ en función de la frecuencia ω , es el producto de la combinación de las soluciones de (18) y (19) (Floody y Venegas).

$$p(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega) = \sum_{n_{xy}=1}^{\infty} \sum_{n_z=0}^{\infty} \frac{A_{n_{xy}n_z}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega)}{\omega^2 - \omega_{n_{xy}n_z}^2}. \quad (16)$$

$$A_{n_{xy}n_z}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega) = jU_0\rho_0c^2\omega(\phi_{r,n_{xy}}\cos(k_z z))(\phi_{r_0,n_{xy}}\cos(k_z z_0)). \quad (17)$$

Finalmente ρ_0 y U_0 son la densidad del aire y la velocidad superficial de la fuente.

2.5 Determinación de los niveles de sonoridad usando redes neuronales

La sonoridad corresponde a la sensación auditiva relacionada con la intensidad sonora del estímulo (Zwicker y Fastl). Una curva isofónica es una curva que relaciona niveles de presión sonora que poseen igual sonoridad en función de la frecuencia. En otras palabras, además expresa la dependencia de la sonoridad en función de la frecuencia.

En este trabajo se ha implementado un modelo de sonoridad usando una red neuronal, la cual ha sido entrenada a partir de los datos presentados en el trabajo de Suzuki y Takeshima y siguiendo un procedimiento similar al empleado por Espinoza, Venegas y Floody. El modelo

presentado tiene como objetivo un cálculo preciso de los niveles de sonoridad en bajas frecuencias y no en banda ancha como fue mencionado en el trabajo anterior.

La red neuronal artificial (Gupta, Jin y Homma) fue entrenada usando el algoritmo Quasi-Newton Backpropagation con 3000 épocas y un objetivo de 10^{-5} . La configuración corresponde a una red neuronal de tres capas feedforward con 5 neuronas en la capa oculta y una neurona en la salida. La función de transferencia en la capa oculta es una tangente sigmoideal hiperbólica y en la salida hay una función lineal. Las entradas a la red neuronal son el nivel de presión sonora y la frecuencia; la salida corresponde al nivel de sonoridad.

2.6 Optimización usando algoritmo genético

Las técnicas de optimización son usadas para determinar el mejor diseño posible en problemas de ingeniería (Keane) En nuestro caso se utilizará para determinar la forma óptima de un recinto pequeño y/o mediano, a fin de obtener la mejor respuesta psicoacústica posible. La forma se obtendrán a partir de polígonos de 21 lados y conservando la simetría a fin de obtener una adecuada imagen estéreo o multi canal. La función de objetivo a minimizar propuesta corresponde a la varianza del nivel de sonoridad versus la frecuencia.

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (L_L(f_n) - L_L)^2 \quad (18)$$

Donde $L_L(f_n)$ es el nivel de sonoridad en función de la frecuencia f_n , el nivel de sonoridad promedio es L_L y $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_{21})$ corresponde al vector de variables de diseño que contiene las coordenadas de los puntos que dan forma a la sala. El problema de optimización está caracterizado por una fuerte interrelación no lineal entre las variables y la función de objetivo, además la función tiene muchos peaks y dips lo cual hace que la solución sea sobre sensitiva a las dimensiones del recinto. Por esta razón la curva de nivel de presión sonora y la curva de nivel de sonoridad, ambas en función de la frecuencia, serán suavizadas. Además por esta misma razón el método de algoritmo genético (Goldberg) será usado para realizar la minimización de la función de objetivo y la determinación de las dimensiones óptimas de la sala, dicho método ha mostrado ser eficiente en variados problemas de acústica y vibraciones (Keane; Ratle y Berry).

Estos métodos trabajan manteniendo una población de los diseños competentes que se combinan para encontrar soluciones mejoradas. En su forma básica cada miembro de la población es representado por una secuencia binaria que codifique las variables que caracterizan el diseño. La búsqueda progresa manipulando las secuencias en la población para proveer en las nuevas generaciones de diseños características en promedio mejores, que sus procesos de predecesores. Los procesos que se utilizan para buscar estos diseños mejorados imitan los de la selección natural; esa es la razón del nombre Algoritmo Genético.

2.7 Simulaciones numéricas

La optimización fue realizada en el rango de frecuencia entre los 20 Hz y los 200 Hz, aunque este rango puede ser extendido. Los resultados principales del proceso de optimización consisten en evitar los modos degenerados. Los puntos de emisión y de recepción están en esquinas opuestas. En este trabajo la posición de la fuente y del auditor no será tratado. Los límites dimensionales para el recinto poligonal de 21 lados son $4 \text{ m} \leq L_x \leq 10 \text{ m}$, $5 \text{ m} \leq L_y \leq 15 \text{ m}$ and $2 \text{ m} \leq L_z \leq 5 \text{ m}$. El tamaño de la población es de 63 individuos y el número de generaciones es 1000. Se realizaron comparaciones con recintos rectangulares que

poseen igual altura que el recinto poligonal optimizado, pero cuyo ancho y largo se obtiene al usar las proporciones propuestas por Bolt, Leuden y Cox. La comparación se realizará usando el valor de la función de objetivo propuesta en este trabajo y la función propuesta por Cox et. al.

3 Resultados y Conclusiones

3.1 Resultados

La geometría óptima del recinto es mostrada en la figura 2. La figura 3 muestra la distribución de la sonoridad de ese recinto en función de la frecuencia y la figura 4, la diferencia en niveles de sonoridad entre el método propuesto y los distintos tipo de recintos rectangulares que poseen la misma altura óptima, $L_z = 2.4343$ m. El recinto poligonal tiene mejor distribución de nivel de sonoridad en la frecuencia que los rectangulares como es mostrado en la tabla 1, en ella están los valores de la función objetivo para las diferentes metodologías de diseño, comparando tanto la función propuesta en este trabajo como la función propuesta por Cox. et. al. Se observa en dicha tabla que a medida que el valor de las funciones decrece más adecuada es la respuesta de sonoridad. En la tabla 2 se muestran las coordenadas de la planta de la sala optimizada

Tabla 1. Valores de las funciones objetivos – Comparación de recinto de geometría óptima con recintos rectangulares

Recinto	Función objetivo Cox et. al.	Función objetivo Floody Venegas
Bolt (2 : 3 : 5)	72.986308	720.263885
Louden (1 : 1.4: 1.9)	61.659613	713.114722
Cox et. al.(1 : 2.19 : 3)	71.455481	681.640776
Cox et. al.(1:1.55:1.85)	59.291149	703.686551
Sala óptima (Fig. 2)	39.227699	328.153898

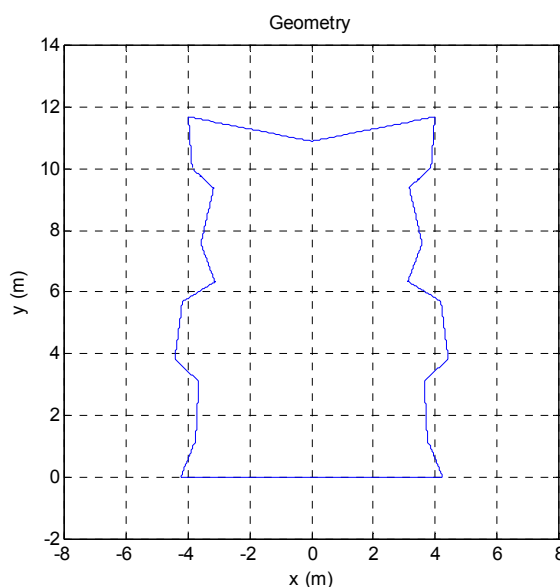


Figura 2 Planta del recinto de geometría óptima

Tabla 2. Coordenadas de la planta de la sala optimizada

n	x (m)	y (m)
1	4,24769	0
2	3,75796	1,20243
3	3,65799	3,11238
4	4,43534	3,83078
5	4,19081	5,69812
6	3,13344	6,34566
7	3,59086	7,57806
8	3,17559	9,38682
9	3,87373	10,0418
10	3,99874	11,6972
11	0	10,9035
12	-3,9987	11,6972
13	-3,8737	10,0418
14	-3,1756	9,38682
15	-3,5909	7,57806
16	-3,1334	6,34566
17	-4,1908	5,69812
18	-4,4353	3,83078
19	-3,658	3,11238
20	-3,758	1,20243
21	-4,2477	0

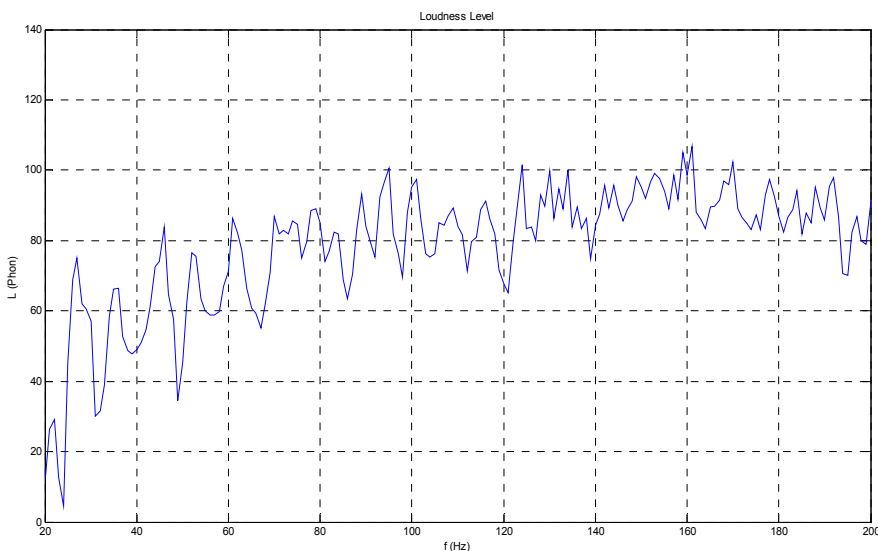


Figura 3 Nivel de sonoridad del recinto de geometría óptima

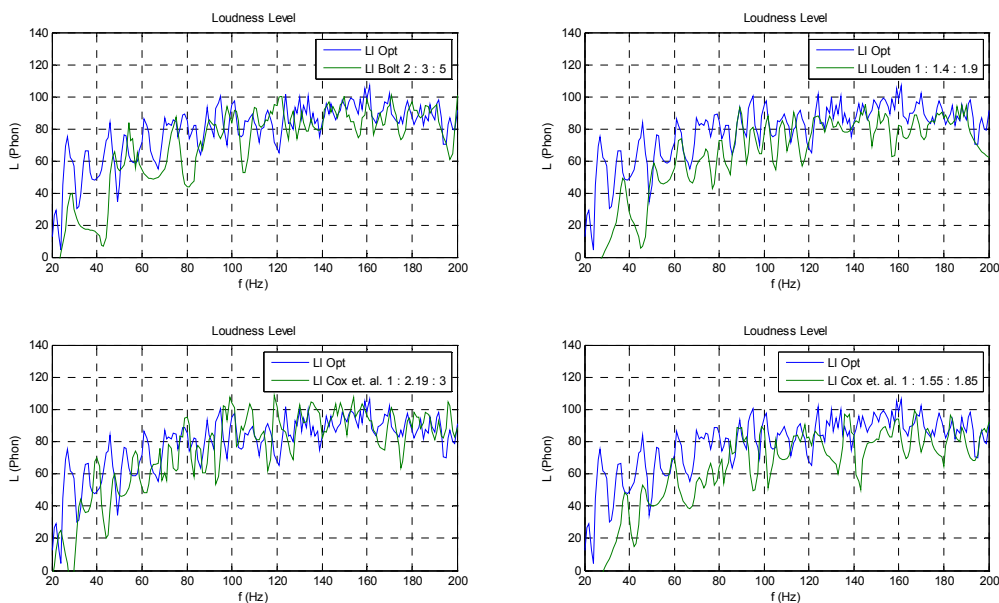


Figura 4 Niveles de sonoridad – Diferencia entre el presente método y los recintos rectangulares de proporciones óptimas

3.2 Conclusiones

El método propuesto cumple con los objetivos al obtener un mejor desempeño que las recomendaciones de proporciones de largo ancho y alto encontradas en la literatura.

La principal razón es que muchos de esos criterios fueron construidos en base a proporciones, dicho de otra forma la altura es igualada a la unidad; aunque las proporciones son mantenidas cuando el recinto se construye realmente, no siempre es eficiente en la banda de interés, porque la altura es considerada independiente de la longitud y del ancho, aun cuando en un recinto real esto no es así. Por esta razón no se recomiendan proporciones, debido a que cada problema de optimización depende del espacio de búsqueda impuesto por las restricciones, es decir el máximo y el mínimo de dimensiones de la sala.

Por otra parte el criterio de igual sonoridad es mucho más exigente que el criterio de respuesta plana, esto se debe a que representa con mayor fidelidad la interacción del sistema auditivo humano y su interacción con el campo sonoro y disminuye las fluctuaciones en el nivel de presión sonora a causa de las resonancias

3.3 Agradecimientos

Rodolfo Venegas agradece la beca ORSAS (Overseas Research Students Awards Scheme) y la beca University of Salford Research Studentship

Referencias

- Zwicker, E. and Fastl, L., (1990). "Psychoacoustics-facts and models", Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, Germany.
- Suzuki, Y. and Takeshima, H. (2004). "Equal-loudness-level contours for pure tones", Journal of Acoustics Society of America, 116: 918–933.
- Bolt, R.H., (1946). "Note on the Normal Frequency Statistics in Rectangular Rooms". Journal of Acoustics Society of America, 18: 130–133.

- Louden, M.M., (1971). "Dimension Ratios of Rectangular Rooms with Good Distribution of Eigentones". *Acustica*, 24: 101–104.
- Bonello, O., (1979). "Acoustical evaluation and control of normal room modes". *Journal of Acoustics Society of America*, 66: S52.
- Guilford, C.L.S., (1979). "The Acoustics Design of Talk Studios and Listening Rooms". *Journal of the Audio Engineering Society*, 27: 17–31.
- Walker, R., (1996). "Optimum Dimension Ratios for Small Rooms". *Journal of the Audio Engineering Society*, 44: 639–645
- Cox, T. J., D'Antonio, P. and Davis, M.R., (2004). "Room Sizing at Low Frequencies". *Journal of the Audio Engineering Society*, 52: 640–651
- Fahy F.J., (2001). "Foundation of Engineering acoustics". Elsevier – Academic Press, London, U.K.
- Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L., (1991). "The finite element method". Butterworth – Heinemann, Oxford, U.K.
- Floody, S and Venegas, R. (2007). "Shape Optimization in Rectangular Rooms for a Correct Modal Distribution at Low Frequencies Based on Psychoacoustical Model". SEMACUS X Seminario Internacional de Acústica, Santiago, Chile.
- Espinoza, V., Venegas, R. and Floody, S., (2006). "Modelo de Sonoridad Utilizando Redes Neuronales". V Congreso Iberoamericano de Acústica, Santiago, Chile.
- M. Gupta, L. Jin, N. Homma, (2003) "Static and Dynamic Neural Network". IEEE Press, John Wiley and Sons. New York, U.S.A.
- Goldberg, D.E., (1989) "Genetic Algorithms in Search/Optimization and Machine Learning", Addison Wesley, New York, U.S.A.
- Keane, A. J., (1995) "Passive vibration control via unusual geometries the application of genetic algorithm optimization to structural design". *Journal of Sound and Vibration*, 185: 441–453.
- Ratle, A. and Berry, A., (1998) "Use of Genetic Algorithms for the Vibroacoustic Optimization of a Plate Carrying Point Masses". *Journal of Acoustics Society of America*, 104: 3385–3397.